

International Olympiad in Informatics 2013

July 2013 6-13

Brisbane, Australia

Day 2 tasks



بازی
Persian — ۱.۰

بازا و شازا دارند بازی می‌کنند. صفحه‌ی بازی جدولی از خانه‌ها با R سطر و C ستون است که سطرهای آن با اعداد 0 تا $R - 1$ ، و ستون‌های آن با اعداد 0 تا $C - 1$ شماره‌گذاری شده‌اند. خانه‌ای که در سطر P و ستون Q قرار گرفته را با (P, Q) نشان می‌دهیم. در هر خانه یک عدد صحیح غیرمنفی نوشته شده، و در شروع بازی تمام این اعداد صفر هستند.

بازی به صورت زیر انجام می‌شود. در هر زمان، بازای می‌تواند یکی از دو عمل زیر را انجام دهد:

- عددی که در خانه‌ی (P, Q) نوشته شده را تغییر دهد؛
- از شازای بخواهد که بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک (ب.م.م) تمام اعدادی که درون یک ناحیه‌ی مستطیل شکل از خانه‌ها با دو گوشه‌ی (P, Q) و (U, V) قرار می‌گیرند را محاسبه کند (مستطیل شامل خانه‌های مشخص شده در گوشه‌ها نیز هست).

بازای قبل از آن که خسته شود و برای بازی کریکت از خانه بیرون رود، در مجموع $N_U + N_Q$ عمل (N_U) تغییر خانه و N_Q پرسیدن ب.م.م انجام می‌دهد.

وظیفه‌ی شما این است که جواب درست سؤال‌های پرسیده شده را برای شازای پیدا کنید.

مثال‌ها

فرض کنید $R = 2$ و $C = 3$ ، و بازای با تغییرات زیر شروع می‌کند:

- خانه‌ی $(0, 0)$ را به ۲۰ تغییر می‌دهد؛
- خانه‌ی $(0, 2)$ را به ۱۵ تغییر می‌دهد؛
- خانه‌ی $(1, 1)$ را به ۱۲ تغییر می‌دهد.

20	0	15
0	12	0

جدول حاصل در شکل بالا نشان داده شده است. در ادامه، بازا ب.م.م مستطیل‌های زیر را می‌پرسد:

- مستطیلی با دو گوشه‌ی مقابل $(0, 0)$ و $(0, 2)$: سه عدد موجود در این مستطیل عبارت‌اند از 0 ، 20 و 15 ، که ب.م.م آن‌ها 5 است.
- مستطیلی با دو گوشه‌ی مقابل $(0, 0)$ و $(1, 1)$: چهار عدد موجود در این مستطیل عبارت‌اند از 0 ، 20 ، 6 و 14 ، که ب.م.م آن‌ها 4 است.

اکنون فرض کنید که بازا تغییرات زیر را اعمال می‌کند:

- خانه‌ی $(0, 1)$ را به 6 تغییر می‌دهد؛
- خانه‌ی $(1, 1)$ را به 14 تغییر می‌دهد.

20	6	15
0	14	0

مستطیل جدید در شکل بالا نشان داده شده است. بازا در ادامه مجدداً ب.م.م مستطیل‌های زیر را می‌پرسد:

- مستطیلی با دو گوشه‌ی مقابل $(0, 0)$ و $(0, 2)$: این بار سه عدد موجود در این مستطیل عبارت‌اند از 0 ، 6 ، 15 و 20 ، که ب.م.م آن‌ها 1 است.
- مستطیلی با دو گوشه‌ی مقابل $(0, 0)$ و $(1, 1)$: این بار چهار عدد موجود در این مستطیل عبارت‌اند از 0 ، 6 ، 14 و 20 ، که ب.م.م آن‌ها 2 است.

در این مثال، بازا در مجموع $N_U = 5$ تغییر و $N_Q = 4$ پرسش انجام داده است.

پیاده‌سازی

شما باید یک فایل حاوی توابع `update()`، `init()` و `calculate()` همان گونه که در زیر توضیح داده شده‌اند به سامانه‌ی داوری ارسال کنید.

برای کمک به شما، راه‌حل‌های نمونه بر روی کامپیوتر شما قرار داده شده‌اند (`game.cpp`، `game.c` و `game.pas`). این فایل‌ها شامل یک تابع `gcd2(X, Y)` است که بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد صحیح نامنفی داده‌شده‌ی X و Y را محاسبه می‌کند. اگر $X = Y = 0$ آن‌گاه `gcd2(X, Y)` نیز مقدار `0` را برمی‌گرداند.

این تابع به اندازه‌ی کافی سریع است که بتوان با آن نمره‌ی کامل را به دست آورد. مشخصاً، زمان اجرای این تابع در بدترین حالت متناسب با $\log(X + Y)$ است.

تابع شما: `init()`

C/C++ `void init(int R, int C);`

Pascal `procedure init(R, C : LongInt);`

توضیحات

برنامه‌ی ارسالی شما باید این تابع را پیاده‌سازی کند.

این تابع اندازه‌ی اولیه‌ی جدول را به شما می‌دهد و به شما اجازه می‌دهد تمام متغیرهای سراسری (`global`) و داده‌ساختارهای موردنیاز را مقداردهی اولیه کنید. این تابع تنها یک بار، و پیش از هر گونه فراخوانی `update()` یا `calculate()` فراخوانی می‌شود.

پارامترها

▪ `R`: تعداد سطرها.

▪ `C`: تعداد ستون‌ها.

تابع شما: `update()`

C/C++ `void update(int P, int Q, long long K);`

Pascal `procedure update(P, Q : LongInt; K : Int64);`

توضیحات

برنامه‌ی ارسالی شما باید این تابع را پیاده‌سازی کند.

این تابع وقتی که بازای مقدار یک خانه‌ی جدول را تغییر می‌دهد فراخوانی می‌شود.

پارامترها

▪ `P`: شماره‌ی سطر خانه‌ی جدول ($0 \leq P \leq R - 1$).

▪ `Q`: شماره‌ی ستون خانه‌ی جدول ($0 \leq Q \leq C - 1$).

▪ `K`: عدد صحیح جدید در این خانه‌ی جدول ($0 \leq K \leq 10^{18}$). می‌تواند برابر با مقدار فعلی خانه باشد.

تابع شما: calculate ()

C/C++ `long long calculate(int P, int Q, int U, int V);`

Pascal `function calculate(P, Q, U, V : LongInt) : Int64;`

توضیحات

برنامه‌ی ارسالی شما باید این تابع را پیاده‌سازی کند.

این تابع باید بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک تمام اعداد موجود در مستطیلی که با دو گوشه‌ی مقابل (P, Q) و (U, V) مشخص می‌شوند را محاسبه کند. این مستطیل شامل دو خانه‌ی (P, Q) و (U, V) نیز می‌شود.

اگر تمام اعداد موجود در مستطیل صفر بودند، تابع باید مقدار صفر برگرداند.

پارامترها

- P : شماره‌ی سطر بالاترین-چپ‌ترین خانه‌ی مستطیل $(0 \leq P \leq R - 1)$.
- Q : شماره‌ی ستون بالاترین-چپ‌ترین خانه‌ی مستطیل $(0 \leq Q \leq C - 1)$.
- U : شماره‌ی سطر پایین‌ترین-راست‌ترین خانه‌ی مستطیل $(P \leq U \leq R - 1)$.
- V : شماره‌ی ستون پایین‌ترین-راست‌ترین خانه‌ی مستطیل $(Q \leq V \leq C - 1)$.
- خروجی: ب.م.م تمام اعداد داخل مستطیل، یا 0 اگر تمام آن اعداد صفر باشند.

اجرای نمونه

اجرای زیر مربوط به مثال بالا است:

Function Call	Returns
<code>init(2, 3)</code>	
<code>update(0, 0, 20)</code>	
<code>update(0, 2, 15)</code>	
<code>update(1, 1, 12)</code>	
<code>calculate(0, 0, 0, 2)</code>	5
<code>calculate(0, 0, 1, 1)</code>	4
<code>update(0, 1, 6)</code>	
<code>update(1, 1, 14)</code>	
<code>calculate(0, 0, 0, 2)</code>	1
<code>calculate(0, 0, 1, 1)</code>	2

محدودیت‌ها

- محدودیت زمان: زیرمسئله‌ها را ببینید.
- محدودیت حافظه: زیرمسئله‌ها را ببینید.
- $1 \leq R, C \leq 10^9$
- $0 \leq K \leq 10^{18}$ ، که در آن K هر عدد صحیحی است که بازا در خانه‌ی جدول قرار می‌دهد.

زیرمسئله‌ها

برای دیدن زیرمسئله‌ها و پارامترهای آن‌ها به نسخه‌ی انگلیسی (بخش Subtasks) مراجعه کنید.

آزمایش

مصححی که روی کامپیوتر شما قرار دارد ورودی را از فایل `game.in` می‌خواند. این فایل باید به شکل زیر باشد:

- خط ۱: $R \ C \ N$
- N خط بعد: یک عمل در هر خط، به ترتیبی که عمل‌ها رخ می‌دهند.

خط مربوط به هر عمل باید به یکی از دو شکل زیر باشد:

- $1 \ P \ Q \ K$: `update(P, Q, K)` برای مشخص کردن

■ برای مشخص کردن `calculate(P, Q, U, V)` : `2 P Q U V`

برای نمونه، مثال بالا باید به شکل زیر داده شود:

```
2 3 9
1 0 0 20
1 0 2 15
1 1 1 12
2 0 0 0 2
2 0 0 1 1
1 0 1 6
1 1 1 14
2 0 0 0 2
2 0 0 1 1
```

نکات زبان

C/C++ عبارت `#include "game.h"` را باید به برنامه‌ی خود اضافه کنید.

Pascal باید `unit Game` را تعریف کنید. تمام آرایه‌ها از `0` (و نه `1`) شروع می‌شوند.

از آن جایی که اعداد صحیح درون خانه‌ی جدول می‌توانند خیلی بزرگ باشند، توصیه می‌کنیم که کاربران C/C++ از نوع `long long`، و کاربران پاسکال از نوع `Int64` استفاده کنند.